

# DO CÉU À SALA DE AULA: A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE POLÍGONOS

## FROM HEAVEN TO THE CLASSROOM: THE HISTORY OF MATHEMATICS AS A PROPOSAL FOR THE ORGANIZATION OF POLYGON TEACHING

ALVES, Lukas Adriel Francisco

SILVA, Maria Marta da

FRANSOLIN, Janine Barbosa Lima

**Resumo:** O artigo discute parte dos dados de uma pesquisa realizada com um grupo composto por 8 bolsistas ID e uma professora supervisora, sendo os mesmos componentes de um Subprojeto do Pibid de Matemática da Universidade Estadual de Goiás. O objetivo do mesmo é investigar de que maneira um coletivo de pibidianos, a partir de uma visão histórica do conceito matemático de polígonos, compreenderam-no não somente como registro geométrico, mas também resultado da vida social humana. O caminho metodológico da pesquisa foi um experimento didático-formativo que perdurou cinco semanas. A estrutura de análise é composta de episódio, cenas e flashes. Os resultados dão indícios da compreensão de que a organização proposta permitiu aos professores em formação a assunção de que o conceito de polígono teve seu surgimento atrelado às necessidades humanas e os tempos históricos.

**Palavras-chave:** Organização do ensino. Conceito de polígonos. História da Matemática. Pibid.

**Abstract:** The article discusses part of the data from a research carried out with a group composed of 8 scholarship holders for initiation to teaching and a supervising professor, which are the same components of a Subproject of the Mathematics Pibid at the State University of Goiás. The purpose of it is to investigate how a collective of "Pibidianos", from a historical view of the mathematical concept of polygons, understood it not only as a geometrical record, but also as a result of human social life. The methodological path of the research was a didactic-formative experiment that lasted five weeks. The analysis structure is composed of episode, scenes and flashes. The results indicate the understanding that the proposed organization allowed teachers in training to assume that the concept of polygon had its emergence linked to human needs and historical times.

**Keywords:** Teaching organization. Concept of polygons. History of Mathematics. Pibid.

## INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) provém da relação entre o Ministério da Educação (MEC) e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Em seu âmbito, o PIBID visa à formação inicial e continuada de professores. Para tanto, a CAPES proporciona fomento aos envolvidos, o que dá a eles condições para o desenvolvimento de outras propostas de atividades pedagógicas. Estruturado como uma política pública que busca proporcionar o fortalecimento das relações teoria-prática e universidade-escola o PIBID se configura

como mediação<sup>1</sup> entre os espaços e suas particularidades, filiando os bolsistas ID<sup>2</sup> à realidade da Educação Básica (EB), bem como proporcionando aos professores da EB o ingresso às Instituições de Ensino Superior (IES). O PIBID contempla as diversas áreas de formação docente, que se organizam em subprojetos e incluem, para além dos futuros professores, os supervisores e coordenadores de áreas.

Diante da diversidade presente nos subprojetos este artigo reserva-se ao subprojeto Matemática do PIBID, sediado pela Universidade Estadual de Goiás-Câmpus Sudoeste - Sede Quirinópolis e, imerso no cotidiano da escola-parceira, o Colégio Estadual Juscelino Kubitschek. São atendidas as turmas de 9º ano do Ensino Fundamental II (EF) e 1º e 2º anos do Ensino Médio (EM). Entretanto, a atividade que subsidia esse artigo foi realizada em duas turmas do 9º ano do EF II, simultaneamente, via Google Meet<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> Referimo-nos ao termo mediação como a possibilidade de “[...] (re)elaboração e (re)criação da realidade” (SILVA, 2018, p.34), ou seja, é entendido como interação social entre atividade e consciência a fim de promover por meio das atividades o compartilhamento dos diferentes níveis da cultura entre os sujeitos, promovendo assim mais do humano na humanidade (BERNARDES, 2010).

<sup>2</sup> O termo se refere aos professores em formação inicial, categorizado pelo sistema da CAPES como Bolsistas de Iniciação à Docência, ou seja, bolsistas ID.

<sup>3</sup> O Google Meet é um serviço de comunicação audiovisual desenvolvido pelo Google que permite a interação entre sujeitos em longas e curtas distâncias de forma simultânea, ou seja, em tempo real. O termo ‘Meet’ será adotado neste artigo em referência a este serviço.

A problemática abordada nesse artigo se justifica pelo fato de que o ensino da geometria na EB é, em grande parte, desmerecido nos cursos de formação de professores em Matemática (KALLEF, 2017; PACHÊCO, PACHECO, SILVA, 2017); tal feito ocasiona, dentre tantos problemas ao longo dos anos, o desinteresse dos alunos pela aprendizagem dessa importante área da Matemática, além desse fato estar intimamente correlato à questão deficitária na formação docente (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012; PEREIRA DA COSTA, 2019). Sendo assim, acredita-se que professores de Matemática em formação – como é o caso dos bolsistas ID – postos diante do processo de planejamento e desenvolvimento de uma proposta de organização do ensino do conceito matemático de polígonos, a partir de uma atividade que privilegia a história do surgimento desse conceito, podem compreender a relevância do mesmo. Consequentemente,

atribuirão à Matemática a função de pujante instrumento para conhecimento e domínio da natureza num entendimento de ferramenta simbólica (MOURA, 2013; DIAS, SAITO, 2009). Logo, temos a seguinte questão problematizadora: Como a visão histórica do conceito matemático de polígonos auxiliou um coletivo de pibidianos a compreenderem tal conceito não somente como registro geométrico, mas como resultado da vida social humana? Assim, objetivou-se investigar de que maneira estes pibidianos, a partir de uma visão histórica do conceito matemático de polígonos, o compreenderam não somente como registro geométrico, mas também resultado da vida social humana.

Diante da realidade pandêmica vivenciada houve a necessidade de planejamento de atividades que pudessem ser desenvolvidas no formato de aulas remotas e, nesse contexto, surgiu a possibilidade de uso do *Software* Stellarium<sup>4</sup>. Mediante a problemática, objetivo e ferramentas virtuais escolhidas optou-se pela seguinte estrutura

---

<sup>4</sup> O Stellarium é um *software* cujo projeto permite transformar os dispositivos tecnológicos domésticos (smartphones, computadores, tablets, etc.) em um planetário virtual. Assim como os planetários existentes em espaço físico, o *software* calcula as posições e distâncias das estrelas, planetas e satélites conhecidos de acordo com a localização, data e hora em que o observador se encontra, ou seja, em tempo real. Para tanto, desfruta de um sistema de renderização em três dimensões que proporciona aos usuários uma experiência realista, visualizando as características similares aos elementos que constituem o céu, assemelhando-se a uma observação feita a olho nu e/ou com pequenos telescópios ou binóculos. Dentro deste espaço virtual há a possibilidade de desenhar constelações e simular fenômenos astronômicos, como eclipses lunares e solares. O mesmo pode ser utilizado em diversos sistemas operacionais (Android, MacOS, Windows, etc.), porém diante dessa diversidade o *software* pode ser encontrado como gratuito ou pago, respeitando as particularidades dos sistemas operacionais usados pelos usuários (ZOTTI *et al.*, 2021). Acesso site do Stellarium: [https://stellarium.org/pt\\_BR/](https://stellarium.org/pt_BR/)

para esse artigo: inicialmente buscou-se compreender o objeto da pesquisa – a formação inicial dos bolsistas ID - a partir do entendimento da díade história da matemática-ensino de polígonos estando a mesma imersa em uma realidade de ensino remoto; depois discutiu-se a metodologia escolhida - experimento didático-formativo. Após, fica evidenciado o desenvolvimento da estrutura de análise composta de episódios de ensino, cenas e flashes (SILVA, 2018). Por fim, algumas considerações acerca da investigação realizada.

## **HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O CONCEITO DE POLÍGONOS EM TEMPOS DE ENSINO REMOTO: O CONHECIMENTO MATEMÁTICO VISTO COMO ATIVIDADE HUMANA**

A pandemia vivenciada colocou a educação diante de uma realidade desafiadora quando o ensino passou a ser ofertado no Regime Especial de Aulas Não Presenciais (REANP), disposto na Resolução 02/2020, do Conselho Estadual de Educação. Este, para a preservação da saúde dos sujeitos da escola, resolve estabelecer o regime de aulas não presenciais, mas com a manutenção das ações pedagógicas adequadas para o momento. Diante de realidade tão adversa o Subprojeto Pibid de Matemática da Universidade Estadual de Goiás – Campus Sudoeste – Sede Quirinópolis optara pela organização do ensino de geometria na EB priorizando a concepção da matemática como uma ciência dinâmica e saturada de condição humana, o que manifesta ser historicamente construída como resultado de necessidades sociais (CARAÇA, 2010). Isso constitui que “em todo o conhecimento matemático há uma atividade humana praticada para satisfazer necessidades da vida social (no coletivo). Assim, compreendida como um produto cultural, a matemática constitui-se como uma riqueza humana e, como tal, deve ser apropriada por todos” (MUNHOZ; MOURA, 2018b).

Imbuídos desses entendimentos teóricos e sabedores de que o ensino de conceitos geométricos na EB é desafiador ficou decidido organizar o ensino do conceito matemático de polígonos a partir de uma atividade que privilegiasse o movimento histórico e enfocasse as particularidades evolutivas dos objetos matemáticos que deram início aos conceitos. Foram considerados, por exemplo, os fatos históricos em que a observação do

céu ganhou destaque - por servir de referencial de tempo ou localização, com os astros e constelações que formam figuras nas noites estreladas -, permitindo repensar o conceito de polígonos tanto na perspectiva histórica quanto cultural. Nesse viés, o papel do professor é organizar o ensino dos conceitos e, neste caso, os de Matemática, portanto, os bolsistas ID estavam em processo de aprendizagem da docência, pois ao planejarem sua prática educativa, desenvolviam-na de maneira eficaz e organizada no movimento de construção da mesma “como resultado da aprendizagem ao organizar o seu ensino” (LOPES, 2004, p. 151). Dessa forma, foi assumida a HM como proposta de organização desse ensino pelo fato da mesma oportunizar aos sujeitos envolvidos pelo processo educativo o acesso à diversidade social, histórica e cultural dos povos que antecederam a atual sociedade.

A HM, nessa concepção, aproxima o conhecimento matemático da ideia de construção humana, ou seja, oriunda das necessidades, motivações e preocupações humanas na historicidade dos acontecimentos. Então, de acordo com Brasil (1998) o professor potencializa o desenvolvimento de atitudes e valores ao estabelecer relações de comparação entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente e, ainda, favorece o desenvolvimento de novos conhecimentos.

Dessa forma, diante do cenário do ensino remoto e da escolha de organizar e/ou reorganizar o ensino dos conceitos matemáticos alicerçados na HM e, em consonância com o desenvolvimento da humanidade, os aspectos lógicos e históricos do conceito de polígonos emergem, de acordo com Moura (2010, p. 75), da “unidade dialética do histórico e do lógico como premissa para compreender a essência do conceito em sua estrutura, história e desenvolvimento”. Nessa conjuntura, corrobora Sousa (2009) ao ratificar que está relacionada à possibilidade de que o estudante possa ter um encontro pedagógico com os conceitos e, então, transformar suas compreensões do movimento da realidade humana.

Para o planejamento e desenvolvimento de tal atividade foram buscadas historiografias que auxiliassem na construção da compreensão do percurso histórico do conceito de polígonos, não cronológica, mas epistemologicamente, considerando que a história não acontece linearmente. Ao considerar os aspectos históricos do desenvolvimento dos conceitos matemáticos houve aproximação da Matemática às

atividades, observações e ações humanas em um movimento lógico e fluente. Assim, os indícios do entendimento intuitivo do conceito podem ser constatados no desenvolvimento da atividade intencional que objetiva a transformação e a compreensão do movimento, da fluência e possibilidade de transformação e produção de conhecimento. Além disso, a compreensão da historicidade desses conceitos matemáticos pode fundamentar a formação da consciência e da capacidade do sujeito de se desenvolver frente à aprendizagem que acontece.

Nas buscas historiográficas realizadas constatou-se que os humanos primitivos já representavam o que observavam e viviam em rochas e madeira. Moretti (2015, p. 87) afirma que as primeiras representações humanas eram simples, por exemplo, “círculos, quadrados, triângulos e espirais”. Isso, pensando nas manifestações artísticas humanas das sociedades ágrafas, de acordo com a autora supracitada. Ainda, segundo ela, a constituição das figuras advém, inicialmente, da observação do céu no período noturno, contribuindo para a constituição da gênese do conceito abordado e, posteriormente, de acordo com a motivação humana em desvendar o mistério do céu, o conceito é vinculado às outras áreas de estudo, sendo a astronomia uma delas. Assim, o movimento de constituição de um conceito está intrinsecamente vinculado ao desenvolvimento humano, visto que o mesmo é incorporado aos aspectos históricos e culturais dos povos que se apropriam dele e o transforma de forma não simétrica.

Diante do cenário de pandemia resultante da Covid-19 tinha-se a necessidade de planejar a atividade para ser desenvolvida no formato remoto. Isso permitiu um leque de possibilidades e viabilizou o uso de recursos tecnológicos como o *software* Stellarium, o qual assumiu o papel de ferramenta educacional para a observação do céu em suas diversas condições. O uso do *software* como meio de observação noturna dinamizou a identificação dos polígonos no cosmos como também permitiu que os sujeitos contemplassem a imensidão do universo.

Desse modo, ao se explorar o movimento histórico do conceito de polígonos também busca-se contribuir com a aprendizagem do modo de produção do conhecimento, enquanto ao sujeito é possível compreender a inexistência de verdades absolutas, concepções frequentes de licenciandos em Matemática, “geradas ou pelo método de ensino fundamentado somente na lógica formal, ou por uma concepção historiográfica de

vertente positivista” (SILVESTRE, SILVA, 2019, p. 7). Assim, a opção pelo desenvolvimento do experimento didático-formativo com os bolsitas ID passou necessariamente por uma atitude ativa do sujeito perante o objeto de conhecimento, logo sugere uma dimensão prática da atividade. A seguir será mostrado como o experimento se organizou e foi efetivado.

## **METODOLOGIA: O CAMINHO DA PESQUISA**

Para responder à pergunta de pesquisa e ir ao encontro do objetivo proposto optou-se pelo experimento didático-formativo como caminho metodológico, sendo na concepção de Moura e Cedro (2012) um método de investigação psicológica, cujo foco transcende a investigação superficial dos acontecimentos e enfatiza as relações essenciais para compreender as origens, as transformações dos conceitos e os impactos do desenvolvimento desses conceitos para a formação humana (TRIVIÑOS, 2009). Tal escolha se ancora ainda em Moura e Cedro (2012), pois para os referidos autores entender a essência das relações internas entre os processos de ensino e aprendizagem e, considerar o caráter de desenvolvimento psíquico dos sujeitos, pode ser alcançado quando preferido o desenvolvimento de em um experimento didático-formativo. Assim, realizou-se o experimento para “investigar os processos de surgimento de novas formações mentais [...], mediante orientação para se atingir determinados objetivos” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 328). Segundo Davidov e Markova (1987, p. 326) experimentos desse norte são “uma estrutura de investigação do desenvolvimento da psique humana, que possui suas bases nos trabalhos de Vigotski”. O autor defendia que somente por intermédio da análise experimental era possível revelar toda a essência do processo genético de desenvolvimento da psique humana e esse tipo de investigação seria a “chave para a compreensão do processo pelo qual a formação do conceito se desenvolve na vida humana real” (VIGOTSKI, 2003, p. 86). É, então, a essência do experimento didático-formativo expressada “[...] no estudo dos processos e novas formas da psique, no estudo das condições do surgimento das condições necessárias para que surjam” (DAVIDOV; MARKOVA, 1987, p. 326).

O referido experimento foi realizado durante cinco semanas. Os sujeitos da pesquisa foram os 8 bolsistas de ID e a professora supervisora. As reuniões de planejamento foram gravadas pelo Meet e os sujeitos da pesquisa responderam aos questionários no Google Forms. A seguir apresentar-se-á um quadro contendo os momentos do experimento didático-formativo configurado em três etapas não estanques nem lineares, mas possuidoras de momentos de interdependência.

Quadro 1. Estrutura organizativa do experimento didático-formativo

1º Momento Planejamento	2º Momento Desenvolvimento	3º Momento Síntese
Destinado ao planejamento da atividade. O planejamento é aqui entendido como aspecto constituinte da atividade pedagógica do professor de Matemática. O mesmo é tido como uma atividade que orienta a tomada de decisões dos docentes (SILVA, 2014). Primeiramente se fez necessário um levantamento historiográfico sobre o movimento lógico-histórico do conceito de polígonos como processo importante para a compreensão da gênese do objeto matemático em questão e mesmo, segundo Moura (2010, p.103) “deve explicitar a necessidade que levou a humanidade a construção do referido conceito”. A partir dessa historiografia foram elaborados dois vídeos mostrando que desde a era pré-histórica o homem observava o céu e admirava a sua beleza e, ao contemplá-lo, registrava o que via nas paredes das grutas que usava como abrigo, não apenas para observar, mas também para compreender o que se passava. Nesse registro, colocava as situações cotidianas das quais as estrelas e os astros fazem parte. Os vídeos mostravam que ao longo de sua vida, em suas observações, o homem percebia as transformações e notou que podia se utilizar das estrelas para se orientar em suas viagens percebendo a regularidade de ocorrências de vários fenômenos celestes que permitiu a ele demarcar a passagem do tempo. O vídeo como recurso audiovisual permitiu a compreensão de	As principais ações foram: <b>1ª semana:</b> Ouvir as concepções iniciais sobre o conceito de polígonos; Aplicação do vídeo <sup>5</sup> 1; Roda de conversa sobre o vídeo com as seguintes perguntas: O que mais chamou a atenção de vocês durante o vídeo? Além da vegetação, o que mais mudou? Vocês acham que os nossos antepassados também observavam o céu e percebiam mudanças? Ao observar o céu, vocês conseguem formar figuras? Que tipo de figura? Observem e desenhem o céu. <b>2ª semana:</b> Apresentação do vídeo 2; Após sua apresentação fizemos as seguintes indagações: Vocês já pararam para observar o céu? O que vocês perceberam em comum entre esses dois vídeos? No vídeo é falado que o homem pré-histórico encantava-se e usava as estrelas como maneira de suprir algumas necessidades. Lembram-se de alguma? O que vocês conseguem observar em comum entre o vídeo e algum dos conteúdos de Matemática ensinados na escola? Foi pedido a eles que fizessem e observassem o céu e fizessem suas anotações.	Ocasião destinada para que os sujeitos da pesquisa socializassem as situações vivenciadas no experimento. Queríamos, dessa maneira, apreender o trajeto percorrido por todos. Momento usado como forma de evidenciar a apropriação singular do conceito de polígonos a partir da análise e síntese das ações desenvolvidas ao longo do experimento.

<sup>5</sup> Os vídeos utilizados se encontram disponíveis neste link: [https://www.youtube.com/channel/UCyBVzFMDcQwZFK7v-Sxkb\\_w](https://www.youtube.com/channel/UCyBVzFMDcQwZFK7v-Sxkb_w) e foram desenvolvidos pelo Clube de Matemática do Campus Sudoeste – Sede Quirinópolis e é coordenado pela professora que é a Coordenadora de Área desse Subprojeto do Pibid, além do que todos os bolsistas ID e a professora supervisora são participantes também do Clube de Matemática.

<p>que o homem, ao longo de sua história, encantava-se com tudo isso, ao ponto de imitar o que via e era capaz de ir além do que os olhos registravam, tendo ideias, criando imagens, compondo o seu próprio céu nas paredes das grutas que habitava. As imagens escolhidas para compor os vídeos, e o enredo selecionado tinha o objetivo de que a gênese do conceito fosse mostrada levando em consideração a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito. Em síntese: o primeiro vídeo retratava uma única paisagem (exibindo o céu) e as modificações sofridas perante a alternância das quatro estações. O segundo continha a exposição de imagens acompanhada de uma narração que explicava o contexto histórico de surgimento do conceito intuitivo de polígonos.</p>	<p><b>3ª semana</b> - Foi pedido que fizessem outra observação do céu e fossem feitas anotações referentes às mudanças que ocorreram com base na semana anterior.</p> <p><b>4ª semana</b> - Apresentação do <i>software</i> Stellarium e orientação no processo de instalação; uso do app; debate a respeito da mudança do céu (real e virtual);</p> <p><b>5ª semana</b> - Construção das interfaces entre os desenhos feitos das observações e o conceito de polígonos.</p>	
---	--	--

Fonte: Produção dos Autores (2021)

Os instrumentos de coleta de dados foram as gravações das reuniões semanais em um formato de diário de bordo virtual de todo o experimento e também o uso de questionários do Google Forms.

O experimento apresentou caráter de investigação psicológica por pesquisar as possíveis compreensões dos sujeitos envolvidos durante o planejamento das atividades propostas, estando as mesmas em confluência com o que Moura e Cedro (2012) caracterizam como elementos estruturantes do experimento: orientação para os processos de descoberta dos conceitos; intervenções do pesquisador no processo de aprendizagem; observações coletadas com o desenvolvimento futuro das ações, dentre outros.

Como observável no Quadro 1 o experimento foi organizado e desenvolvido com o intuito de possibilitar a apropriação do conceito geométrico de polígonos relacionando-o à ideia do seu movimento histórico, portanto é preciso uma estrutura analítica na qual o fenômeno estudado se apresente de tal forma que possa ser apreendido em sua totalidade. Essa estrutura analítica será composta de episódios e flashes como exposto a seguir.

## **ANÁLISE: DA COLETA DE DADOS À APREENSÃO DA REALIDADE**

Fazer a escolha pela estrutura de exposição dos dados de uma pesquisa significa determinar “o processo de apreensão da realidade a ser analisada”, ou seja, determinar “a dimensão e a forma de aproximação do pesquisador à realidade empírica, singular e imediata que representa um primeiro ponto de partida para a sua relação analítica com o objeto a ser investigado” (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 61). Afinal, “a exposição não se limita à simples descrição, mas contempla a explicação. Trata-se da análise explicativa em detrimento da descritiva” (SILVA; CEDRO, 2019, p. 477).

Nesse viés, definiu-se, a partir dos dados coletados na forma de gravação audiovisual de todos os momentos do experimento didático-formativo e dos questionários respondidos pelos 8 bolsistas ID e a professora-supervisora, um episódio e, na visão de Moura *et. al.* (2010), nesses momentos os sujeitos confirmam indicativos de apropriação do movimento formativo instituído. Dos episódios foram destacados os flashes que consistem nas partes que se configuram como “os indícios do reflexo consciente e interiorizado da realidade, isto é, os flashes, no sentido aqui elaborado, implicam muito mais que contextualizar os sujeitos nas discussões coletivas” (SILVA, 2018, p. 151). Segundo a autora, realizar uma análise com o uso de flashes é permitir um movimento em espiral em que “dialogaremos com a base teórica, buscaremos o implícito, os motivos e necessidades, o significado e o sentido que se expressam na linguagem, mas não se reduzem a ela” (SILVA, 2018, p. 151). A análise dessa forma estruturada não possui, de acordo com Silva (2018), a obrigatoriedade de mostrar a realidade exatamente como ela é, mas como foi percebida e sentida pelo pesquisador. Desse movimento processual de expor e analisar o desenvolvimento e entendimento do fenômeno nasce a seguinte composição da análise:

**Quadro 2. Estrutura da análise de dados**

<b>EPISÓDIO: A história da matemática como caminho para a organização do ensino do conceito de polígonos</b>	
<b>Cena 1:</b> Os sinais de compreensão do papel da história da matemática para a aprendizagem do conceito de polígonos	<b>Cena 2:</b> O conceito de polígonos entendido a partir de outra perspectiva

Fonte: Produção dos Autores (2021)

## **EPISÓDIO: A História da Matemática como caminho para a organização do ensino do conceito de polígonos**

Nesse episódio buscou-se o entendimento do processo de contribuição da ‘História da Matemática’ na formação de professores de Matemática participantes do Subprojeto Pibid de Matemática. Tal episódio busca compreender como se deram essas contribuições para que os sujeitos da pesquisa entendessem o conceito de polígonos atrelado ao movimento da historicidade do homem. Portanto, as duas cenas possuem como particularidade comum o fato de representarem ações coletivas que demonstram o caminho percorrido pelos sujeitos. Na sequência, foram desvelados os indícios das transformações dos sujeitos em questão na análise de cada cena e seus flashes componentes.

### **CENA 1: Os sinais de compreensão do papel da história da matemática para a aprendizagem do conceito de polígonos**

Sousa (2018) destaca que a história da matemática tem sido utilizada por muitos professores como fonte de motivação para o ensino de conceitos matemáticos, bem como instrumento de desmistificação desse processo e também ferramenta de promoção do pensamento matemático. Entretanto, deve-se ter cuidado ao se fazer uso da História da Matemática para a organização do ensino de conceitos matemáticos pelo fato de haver várias historiografias sobre um mesmo conceito, sendo assim, não existe apenas uma história da matemática, ou uma perspectiva mais correta que a outra. Todas as historiografias são verdadeiras e existem na interdependência do movimento de constituição sociocultural do qual nasceram. Deste modo, pode-se assinalar a importância para o processo formativo de todos os envolvidos o fato de que a eles foi possibilitada a construção de uma visão diferenciada do conceito de polígonos, o qual passou a ser percebido como resultado do processo de humanização do homem. Vejamos os flashes que corroboram tal discussão: *A proposta se diferencia do ensino tradicional pelo fato de ir mediando a construção do conceito conexo as necessidades que a desencadearam, nesse sentido fomos sendo imersos em um arcabouço social, histórico e cultural que possuía o objetivo de nos colocar frente a uma situação-problema que se aproxima da vivenciada historicamente, conseqüentemente demonstrando que o conceito está em*

*desenvolvimento, fluindo em comum acordo com a historicidade do homem (Flash 1, Cena 1); Achei muito importante viver essa oportunidade onde a gente pode entender esse conceito não pronto, mas em evolução, passando da história da origem até o que é hoje (Flash 2, Cena 1); Primeiro que não pensava que isso tinha relação com o céu e as estrelas e com a história de nossos ancestrais, então passei a ter outra visão desse conceito, bem diferente da que tinha antes de fazer o Pibid (Flash 3, Cena 1).*

Conforme o experimento formativo foi se desenvolvendo os sujeitos da pesquisa deram sinais da compreensão de que ao longo de suas vidas como alunos na educação básica foram privados de um ensino de matemática que interligasse as historiografias dos conteúdos e o seu ensino, além de que isso poderia ter-lhes possibilitado uma linha interpretativa diferenciada, propiciando a abordagem do mesmo objeto matemático por outra perspectiva e, assim, contribuindo para sua melhor compreensão. Os flashes que seguem destacam tais entendimentos: *Aprendi polígonos de forma 'normal' onde tem um enunciado resumindo o que é, depois vem as figuras e os nomes (Flash 3, Cena 1); A EB ofertada pelas escolas públicas, não possui muito contato com a história da Matemática o pouco que se tem é excluído pelo curto espaço de tempo que se tem para desenvolver o conceito, realizando então uma organização de ensino pautada em exibição, repetição e avaliação quantitativa (Flash 4, Cena 1); Eu acho que ficamos no prejuízo por não termos tido a oportunidade de experimentar atividades desse tipo na escola, que juntasse a história da matemática com o ensino dos conteúdos da sala de aula, mas ao menos tivemos a oportunidade de viver isso no Pibid, senão íamos virar professores de matemática e fazer a mesma coisa que nossos professores fizeram (Flash 6, Cena 1); Se tivéssemos tido aulas em que os conteúdos de matemática fossem mostrados com essa visão histórica com certeza nós teríamos tido outra forma de ver e aprender muitos dos conteúdos que foram ensinados e isso teria ajudado muito na aprendizagem desses conteúdos (Flash 7, Cena 1); Não tenho dúvidas que faltou enquanto eu era aluno na escola umas atividades de matemática que visse os conteúdos como resultado da vida do homem em sociedade, como resultado das coisas que ele fazia e precisava e que ele no meio disso criou muito dos conceitos que usamos hoje (Flash 8, Cena 1).* Os flashes denotam que os professores em formação perceberam a importância de atividades de ensino diretamente ligadas ao surgimento dos conceitos matemáticos a partir do

movimento de apropriação da própria produção cultural humana. Nesse processo, o homem histórico é tido como sujeito em atividade organizador de suas ações e selecionador de instrumentos que permitem objetivar os motivos de suas atividades para que, assim, forneçam respostas às necessidades mais prementes e, aos poucos no devir de sua história, dão origem aos conceitos matemáticos.

Neste movimento a apropriação dos sujeitos da pesquisa do entendimento da importância da História da Matemática para a aprendizagem do conceito de polígonos ocorre por meio “de um processo de internalização de significações sociais em atividade e com atribuição de sentido pessoal, o que caracteriza a unidade dialética entre sentido e significado na constituição do psiquismo” (MORETTI, 2014, p. 33). O entendimento desse processo impactou o processo formativo dos sujeitos envolvidos, uma vez que a aprendizagem provoca a apropriação de conceitos e atribuição de sentidos pessoais (VIGOTSKI, 2003). É nesse sentido que se estabeleceu o desenvolvimento do experimento formativo em destaque. Se, por sua vez, tal relação se institui na atividade do indivíduo e a atividade só se concretiza a partir de uma necessidade, deriva que esta precisa ser avaliada no processo de formação docente dos bolsistas. Isso, porque não se deve privar os aprendizes da docência em matemática de se aperceberem que no caminho de surgimento e desenvolvimento dos conceitos matemáticos estão os problemas humanos, estando estes intimamente ligados à necessidade de criação dos referidos conceitos.

Portanto, organizar atividades no seio do Subprojeto Pibid de Matemática a partir da concepção de que a história da matemática tem entre tantas contribuições a possibilidade de criar condições de aprendizagem para os sujeitos ao propor-lhes situações de ensino que os coloque diante do conhecimento da necessidade humana, gerador de um dado conceito matemático é uma proposta não entendida como exercício de aplicação de conceitos matemáticos apresentados previamente pelo professor a partir de recortes de fatos históricos, mas sim permitir que intencionalmente sejam conduzidos a desenvolverem atividades capazes de manifestar a essência do conceito, de forma que evidenciem as necessidades que levaram a humanidade à construção do mesmo.

Sendo assim, a proposta de organização da atividade de ensino que deu origem a esse artigo defende uma estrutura que seja capaz de permitir aos sujeitos envolvidos nos

processos de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos a apropriação da essência dos conceitos matemáticos. Para Kopnin (1978, p. 161) isso seria apreender os “[...] indícios e relações que superam o sensorialmente perceptível por meio da abstração autêntica que generaliza não só a forma, mas também o conteúdo do objeto”, permitindo estabelecer nesse processo a possibilidade de que os sujeitos reconheçam a relação existente entre a produção humana de conceitos matemáticos e as necessidades culturais. Os flashes a seguir nos dão sinais de entendimentos de tais proposições pelos professores em formação: *Antes de participar do Pibid jamais tinha visto falar e eu mesmo nem imaginava que o conceito de polígonos podia ter qualquer relação com a vida do homem mesmo, assim a sociedade, a cultura que ele vivia e que sua criação tinha a ver com suas necessidades (Flash 9, Cena 1); Nunca tinha pensado que esse conceito tivesse a ver com a história de pessoas comuns, que tivesse qualquer relação com as necessidades de pessoas comuns, porque aprendi sobre polígonos de uma maneira muito formal, como se nada tivesse a ver com o percurso histórico, nem social e muito menos cultural das pessoas, esse movimento, essa ligação nunca tinha sido feita (Flash 10, Cena 1).*

Deste modo, temos sinais de que os sujeitos passam a entender o conceito de polígono como produção viva diretamente filiada às necessidades humanas e os tempos históricos que os produziram. Portanto, apropriar-se de algum conceito nesse viés teórico sugere compreendê-lo como produção histórica e cultural, implicando apropriar-se não apenas de sua estrutura lógica-formal, mas também dos seus mecanismos, de sua constituição histórica. Sendo assim, o “estudo da história do desenvolvimento do objeto cria, por sua vez, as premissas indispensáveis para a compreensão mais profunda de sua essência” motivo pelo qual “enriquecidos da história do objeto, devemos retomar mais uma vez a definição de sua essência, corrigir, completar e desenvolver os conceitos que o expressam”; afinal, somente deste modo “a teoria do objeto fornece a chave do estudo de sua história, ao passo que o estudo da história enriquece a teoria, corrigindo-a, completando-a e desenvolvendo-a” (KOPNIN, 1978, p. 186).

Entretanto, não quer dizer que se deve “ensinar Matemática pela história, nem repetir o percurso histórico na formação de um conceito matemático, mas buscar no processo histórico o movimento do pensamento no contexto da formação deste conceito” (SILVESTRE; SILVA, 2019, p. 4), para que seja captado o movimento histórico de

surgimento e desenvolvimento dos conceitos, selecionado e organizado de modo que se constitua caminho para o movimento de construção de outra visão para a aprendizagem dos conceitos matemáticos ensinados em sala de aula, consoante exposto na próxima cena.

## **CENA 2 – O conceito de polígonos entendido a partir de outra perspectiva**

Compreender o conceito de polígonos como histórico e humano e, devido a isso, em constante movimento de transformação, significa certificar-se da história de sua constituição até a atualidade, passando por distintas etapas históricas até obter a dimensão recente. Na tentativa de abarcar parte desse movimento histórico desenvolveu-se a atividade de ensino que subsidiou a escrita desse artigo.

Na busca por esse movimento histórico de constituição desse conceito nos deparamos com três momentos iniciais do desenvolvimento da geometria: sensorial, prática e formal (MOURA; LOPES; ARAÚJO; CEDRO, 2014). Ressalta-se que estas etapas não contemplam todo o desenvolvimento da geometria até o modelo atual, contudo é a delimitação necessária à organização do ensino desse importante conceito matemático. Deste modo, a intencionalidade era mobilizar os sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem à essa atividade de modo que houvesse a apropriação do referido conceito.

Os dois vídeos usados para o desenvolvimento da atividade tiveram como foco inicial a geometria percebida por meio dos sentidos, ou seja, a geometria sensorial. Segundo Eves (1994) essa etapa é tida como inicial para o desenvolvimento do conceito de polígonos, pois diz respeito às percepções geométricas elaboradas em diversas circunstâncias da vida dos sujeitos, diante de observações do meio circundante. Os flashes a seguir dão indícios que os sujeitos compreenderam terem as ações da atividade o intuito de possibilitar a eles o entendimento da gênese do conceito de polígonos: *para poder fazer tanto o primeiro vídeo como também o segundo teve que ser feito primeiro uma pesquisa dentro da história da matemática, da história da geometria mesmo, para que se pudesse entender como esse conceito surgiu, porque essa é a grande diferença desse tipo de atividade, ela não vem pronta com o conteúdo como ele tá hoje, mas mostra desde o surgimento do conceito (Flash 1, Cena 2); Os objetivos dos vídeos era demonstrar que*

desde a pré-história a humanidade já observava o céu e durante suas observações repletas de admiração o homem primitivo desenhava os elementos que lhe chamava a atenção e as suas mudanças ao longo do tempo, constituindo percepções de orientação por meio dos elementos que compõem o céu (**Flash 2, Cena 2**); A atividade ficou muito boa porque mostra como o homem foi vendo, percebendo e sentindo o espaço onde ele vivia e até mesmo ao olhar para o céu e observar o que via vai criando formas e depois vai construindo as relações entre elas (**Flash 3, Cena 2**). Os flashes nos trazem sinais de que os sujeitos se aperceberam que as primeiras considerações que o homem fez a respeito da geometria são, indubitavelmente, muito antigas com origens nas “simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos” (EVES, 1994, p.1). A atividade planejada e desenvolvida com os pibidianos e a professora supervisora trazem outra perspectiva para o entendimento do conceito de polígonos, passando a ser visto como uma forma de representação e compreensão do espaço ao redor do sujeito, sendo este constituído de objetos com suas variadas formas e relações, cabendo aos indivíduos a percepção dos mesmos.

Pozebon *et al.* (2013) ratifica a discussão ao assegurar que o conhecimento matemático-geométrico é composto inicialmente a partir de aspectos mais intuitivos, concretos, ligados à realidade. Por conseguinte, desde as primeiras interações da espécie humana com seu derredor as circunstâncias desfavoráveis pelas quais incidiram a humanidade consentiu que ela instituisse e acumulasse descobertas geométricas relacionadas à realidade objetiva circundante. Boyer (1996, p. 4) afirma que “o homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria”. Disso decorre que as noções de localização espacial seria um dos primeiros conhecimentos geométricos a serem desenvolvidos. Logo, é perceptível que partes da geometria elementar tenham nascido no período neolítico, no período em que o homem foi deixando de ser nômade. Ainda no que diz respeito ao surgimento de conceitos geométricos e, entre estes o de polígonos, na era primitiva de nossa espécie, acresce-se que Vigotski e Luria (1996, p. 108), em suas pesquisas sobre o desenvolvimento do comportamento humano, apontaram que “a forma mais frequentemente observada de memória admirável do homem primitivo é a chamada memória topográfica, isto é,

memória do ambiente”. Ela registra as imagens do ambiente em suas menores particularidades, munindo o homem primitivo da habilidade de se localizar com uma segurança admirável. Na sequência, os flashes mostram os sinais de apropriação de tais concepções pelos sujeitos da pesquisa: *Descobrimos que a criação da ideia de polígonos tinha a ver com o que o homem via no céu e depois representava no seu dia a dia e com as relações que foi fazendo com isso e acho que foi usando isso para se localizar e poder se locomover sem se perder, foi continuando a desenvolver o conceito até chegar no que temos hoje (Flash 4, Cena 2); A criação dessa ideia de polígono está relacionada com o céu, com o espaço onde ele vivia e conforme desenvolveu a ideia de ir e vir e ter que voltar ao mesmo local tem tudo a ver com a capacidade também de guardar na memória o que ele via no céu em cada época porque o céu se movimenta e os vídeos deixam isso claro, porque senão não daria conta de desenhar essas formas e nem de usar isso para se localizar (Flash 5, Cena 2); Se a gente não tivesse tido essa oportunidade de fazer o Pibid nunca que a gente ia ver o conceito de polígonos por esse ângulo, da história (Flash 6, Cena 2); Em alguns momentos da minha vida de aluno eu me perguntei de onde tinham surgido a forma, o jeito de desenhar quadrados, retângulos, triângulos, ou seja, os polígonos, mas nunca me passou pela cabeça que tinha a ver com o que aprendemos nessa atividade, é mesmo outra maneira bem diferente de entender esse conteúdo (Flash 7, Cena 2).*

Assim, foi por meio da utilização dos sentidos que o homem desenvolveu o que denominamos geometria sensorial e, conexa a ela, o conceito de polígonos. Com o desenvolvimento de sua memória topográfica e suas habilidades com as mãos o homem foi, no decorrer de seu desenvolvimento, ao encontro de suas necessidades, movimentado da geometria sensorial para a prática, etapa em que este conhecimento passou a apresentar importância prática para o desenvolvimento da sociedade. Segundo Eves (1994) como precisava se locomover e usava as representações de polígonos que ele mesmo imaginava existirem no céu que observava, o homem então passou a valorizar a noção de distância. Este fator também foi fundante para desencadear a elaboração do conceito de polígonos, tendo entre os mais comuns o retângulo, quadrado e triângulo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A preocupação com o ensino do conceito geométrico de polígonos está na atitude metódica e empírica de identificação de formas geométricas e suas propriedades, bem como na classificação simplista de figuras planas e não planas, como se tudo se resumisse a essa diferenciação (POZEBON *et al*, 2013; POZEBON, 2014). Tais formas de organização do ensino são dominantes na EB e não contribuem para a superação das dificuldades de aprendizagem em geometria. O ensino com esses princípios não permite aos sujeitos a compreensão dos elementos fundamentais que compõem a estrutura do conceito (DAVÝDOV, 1982). Deste modo, busca-se a organização do ensino do conceito de polígonos que privilegie o surgimento e desenvolvimento, admitindo que esse processo, por carregar o ir e vir da história da produção dos conhecimentos matemáticos, pode contribuir para a superação dos modos formais e empíricos, nos quais o ensino do conceito de polígonos está posto. O intuito foi a ascensão a um novo patamar de desenvolvimento dos sujeitos, a fim de possibilitar a compreensão da historicidade dos conceitos como modo de encaminhar o desenvolvimento do pensamento (DAVÝDOV, 1982).

A sugestão de organização do ensino do conceito de polígonos proposta aos bolsistas buscou romper com o formalismo puro exigido durante o processo e se ateve à valorização da percepção da necessidade de orientações - direção e sentido - para a localização no espaço, céu -, percepção do espaço e dos objetos que o compõe, suas formas e características; reconhecimento de figuras poligonais no céu real e virtual – vistas quando lhes foi pedido que olhassem o céu e também pelo *software* Stellarium -; percepção das diferentes formas de compor tais figuras no espaço – céu.

Por fim, essas ponderações não sinalizam um processo já concluído de organização do ensino do conceito de polígonos, mas sim o início de uma caminhada em busca de um ensino que envolva professores em formação e, posteriormente, alunos da EB.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, E. S.; MORAES, S. P. G. Dos princípios da pesquisa em educação como Atividade. In: MOURA, M. O. (Org). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Blucher, 1996.

BERNARDES, M. E. M. A educação como mediação na teoria histórico-cultural: compromissos ético e político no processo de emancipação humana. **Rev. psicol. polít.**, São Paulo, v. 10, n. 20, p. 293-296, dez. 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Revisto por Paulo Almeida. Lisboa: Gradiva, 2010.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Habana: Pueblo y Educación, 1982.

\_\_\_\_\_. MARKOVA, A. K. La concepción de la actividad de estudio en los escolares. In: SHUARE, Martha. **La psicología evolutiva em La URSS**: Antologia. Mόscu: Editorial Progreso, 1987.

DIAS, M. S.; SAITO, F. **Interface entre história da matemática e ensino**: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Brasília, SIPEM, 2009.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**: geometria. São Paulo: Atual, 1994.

CONSELHO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO DE GOIÁS (Estado). Resolução nº 02/2020, de 17 de março de 2020. **Dispõe sobre o Regime Especial de Aulas Não Presenciais no Sistema Educativo do Estado de Goiás, como medida preventiva à disseminação do Covid-19**. Goiânia, Goiás, 2020.

KALEFF, A. M. M. R.. Considerações sobre a Diversidade Dos Saberes Docentes e a Formação em Geometria do Professor de Matemática nos Cursos de Matemática da Universidade Federal Fluminense - Niterói. **Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v.6, n.1, p.7-38, 2017.

LOPES, A. R. L. V. A aprendizagem docente no estágio compartilhado. 2004. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. de. **Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental Princípios e Práticas Pedagógicas**. São Paulo: Cortez, 2015.

\_\_\_\_\_. O problema lógico-histórico, aprendizagem conceitual e formação de professores de Matemática. **Poiésis - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação**, [S.L.], v. 8, p. 29-44, 20 mar. 2014.

MOURA, M. O.; CEDRO, W. L. Possibilidades metodológicas na pesquisa em educação matemática: o experimento didático. **Educativa**, Goiânia, v. 15, n. 1, p. 25-38, jan./jun. 2012.

\_\_\_\_\_. A dimensão da alfabetização na educação matemática infantil. In: KISHIMOTO, T. M.; OLIVEIRA-FORMOSINHO, J. (Orgs.). Em busca da pedagogia da infância: pertencer e participar. Porto Alegre: Penso, 2013.

\_\_\_\_\_. *et al* (org.). **Atividades para o ensino de Matemática nos anos iniciais da Educação Básica**. Volume IV: Geometria. São Paulo, 2021. 99 p.

MUNHOZ, A. P. G.; MOURA, M. O. Ações formadoras em atividade de formação contínua com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais da escolarização: uma iniciativa na perspectiva da teoria histórico-cultural. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S.L.], v. 8, n. 15, p. 62-88, 1 jun. 2019.

PACHÊCO, F. F. F.; PACHECO, G. F.; SILVA, A. D. P. R. Uma análise em livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental acerca da proposta do ensino de polígonos sob a ótica da teoria de Van Hiele. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [S.L.], v. 12, n. 2, p. 101-115, 18 abr. 2018.

PEREIRA DA COSTA, A. **A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico**: o caso dos quadriláteros notáveis. 2019. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

POZEBON, S. **Formação de futuros professores na organização do ensino de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental**: aprendendo a ser professor em um contexto específico envolvendo medidas. 2014. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

\_\_\_\_\_.; LOPES, A. R. L. V.; FRAGA, L. P.; HUNDERTMARCK, J. A formação de futuros professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma discussão a partir de uma atividade de ensino de geometria. **Experiências em Ensino de Ciências** (UFRGS), v. 8, p. 48-60, 2013.

RÊGO. R. G.; RÊGO. R. M.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

SILVA, M. M. **A apropriação dos aspectos constituintes da atividade pedagógica por professores de matemática em formação inicial**. 2018. 307 f. Tese (Doutorado

em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

\_\_\_\_\_. **Estágio supervisionado: planejamento compartilhado como organizador da atividade pedagógica.** 2014. 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

\_\_\_\_\_. CEDRO, W. L (orgs.). **Formação do professor de Matemática: a aprendizagem da Atividade Pedagógica no PIBID.** 1. ed. Curitiba/PR, 2017.

SILVESTRE, B. S.; SILVA, M. M. A Interface entre o movimento lógico-histórico e a organização do ensino do conceito matemático de ângulos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [S.L.], v. 14, n. 2, p. 1-24, 20 dez. 2019.

SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Revista Obutchénie**, [S.L.], v. 2, n. 1, p. 40-68, 30 ago. 2018.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação.** 1. ed. 18. reimp. São Paulo: Atlas, 2009.

VIGOTSKI, L. S. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** 10 ed. São Paulo, SP: Ícone. 2003.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **A história do comportamento: O macaco, o primitivo e a criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

ZOTTI, G. et al (ed.). **Stellarium 0.21.2-1 User Guide.** 2021. Disponível em: <https://stellarium.org/>. Acesso em: 01 out. 2021.