

A Trajetória dos Números e Sistemas de Numeração: Origem e Desenvolvimento

The History of Numbers and Numeration Systems: Origin and Development

Josemir do CARMO

josemir_carmo@hotmail.com

Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Goiás – Goiás

Professor na FAQUI – Quirinópolis

Professor efetivo da Secretaria Municipal de Educação - Quirinópolis

Professor no curso de matemática na UEG - Goiás

<http://lattes.cnpq.br/7547875518374432>

RESUMO

A investigação sobre a origem e o desenvolvimento dos números e dos sistemas de numeração permite compreender o progresso das sociedades e avanços em campos como o comércio, a agricultura, a astronomia e a engenharia, além de entender como diversas culturas lidaram com desafios matemáticos e criaram soluções inovadoras que ajudaram a construir o mundo que conhecemos hoje. A pergunta norteadora desse estudo é: como os números e os sistemas de numeração surgiram e evoluíram ao longo do tempo? Para trazer respostas a tal pergunta, buscou-se aporte teórico em autores como IMENES (1990), BOYER (1996), BIANCHINI & PACCOLA (1997), IFRAH (1997) e EVES (2011). Por meio desses autores, fez-se um resgate histórico da evolução dos números e dos sistemas de numeração desde o primeiro risco em um osso até chegar na forma atual com o objetivo de compreender como os números e os sistemas de numeração surgiram e evoluíram ao longo do tempo. A metodologia adotada é a pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa, e a partir dos resultados obtidos, foi possível verificar que ao longo de 30.000 anos de existência, os sistemas de numeração, suas bases e representações tiveram inúmeras modificações, adequando-se ao contexto histórico vigente, pois estão relacionados intimamente a mentalidade científica da época, a conquista de territórios, religiões e crenças e as necessidades básicas da vida cotidiana.

PALAVRAS-CHAVE: Origem; Evolução; Números; Homem; Civilização.

ABSTRACT

The investigation into the origin and development of numbers and numbering systems allows us to understand the progress of societies and advancements in fields such as commerce, agriculture, astronomy, and engineering. It also sheds light on how various cultures addressed mathematical challenges and created innovative solutions that helped shape the world we know today. The guiding question of this study is: how did numbers and numbering systems arise and evolve over time? To answer this question, theoretical support was sought from authors such as IMENES (1990), BOYER (1996), BIANCHINI & PACCOLA (1997), IFRAH (1997) and EVES (2011). Through these authors, a historical review was conducted, tracing the evolution of numbers and numbering systems from the first mark on a bone to their current form, with the aim of understanding how numbers and numbering systems originated and evolved over time. The methodology adopted is bibliographical research with a qualitative approach. Based on the results obtained, it was possible to verify that, over 30,000 years of existence, numbering systems, their bases, and representations underwent numerous modifications, adapting to the prevailing historical context. These systems are closely related to the scientific mindset of the time, territorial conquests, religions and beliefs, and the basic needs of daily life.



KEYWORDS: Origin; Evolution; Numbers; Man; Civilization.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da origem e evolução dos números e dos sistemas de numeração revela como eles foram fundamentais para o desenvolvimento da sociedade, permitindo avanços em áreas como comércio, agricultura, astronomia e engenharia, pois possibilita compreender como diferentes culturas enfrentaram problemas matemáticos e desenvolveram soluções inovadoras que moldaram o mundo moderno.

Neste contexto, é fundamental compreender que a história da matemática está intimamente ligada à história da humanidade, sendo um reflexo das conquistas, desafios e desenvolvimentos da nossa espécie ao longo do tempo. Desde os primeiros registros de contagens e medições nas civilizações antigas até os avanços contemporâneos na matemática aplicada e teórica, essa ciência tem desempenhado um papel essencial na compreensão e organização do mundo ao nosso redor. Portanto, pode-se dizer que os números e os sistemas de numeração são reflexos das necessidades e valores de cada sociedade.

Desse modo, a matemática tem sido utilizada para resolver problemas práticos, construir monumentos, estabelecer sistemas de comércio, criar calendários e para descrever as leis que governam o universo. Além disso, o desenvolvimento de seus conceitos ao longo dos séculos tem refletido as mudanças sociais, culturais e científicas da humanidade, impulsionando a inovação e o progresso em diversas áreas. Esse olhar que enxerga a matemática como uma ciência sendo produto das interações entre o homem e o ambiente tem subsídio nas palavras de Caraça:

A Ciência, encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social (CARAÇA, 1941, p. 43).



Essa perspectiva entende a matemática como uma ciência composta de condições humanas, onde seus conhecimentos sustentam a ciência como um todo, ou seja, os seus conceitos estão repletos de humanidade. Nesse caminho, estudar o progresso dos sistemas numéricos, desde marcas rudimentares em ossos até sistemas binários que impulsionam a computação moderna, nos permite refletir sobre a capacidade humana de criar e adaptar ferramentas intelectuais para resolver problemas.

Neste interim, na Antiguidade o ser humano não contava, nem usava símbolos para registrar quantidades, uma vez que o senso numérico já era suficiente para atender suas necessidades. Isto pode ser constatado nas palavras de Eves (2011, p. 25) que ressalta “[...] é razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena”.

Destarte, no decorrer do tempo, o ser humano passou a fixar em moradias, aprendeu a praticar a agricultura e deixou de ser nômade, fato este gerou uma evolução quanto aos números e aos costumes já existentes, pois não precisava mais mudar para outras regiões à procura de alimentos como em tempos anteriores. Na perspectiva de Eves, este fato foi o marco para as mudanças no que diz respeito aos números e a todas as formas de representações numéricas existentes:

Depois de 3000 a.C. emergem comunidades agrícolas densamente povoadas ao longo do rio Nilo na África, dos rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio e ao longo do rio Amarelo na China. Essas comunidades criaram culturas nas quais a ciência e a matemática começam a se desenvolver. (EVES, 2011, p. 24).

Desse modo, diante a necessidade de controlar o rebanho de animais que aumentava bem como a produção de alimentos que se tornava cada vez maior, o homem criou relações entre quantidades e representações por meio de símbolos.

Neste encadeamento de ideias, por entender a importância que deve ser atribuída à origem e evolução dos números e dos sistemas de numeração, este trabalho buscou responder à



pergunta motivadora: Como os números e os sistemas de numeração surgiram e evoluíram ao longo do tempo? Dessa forma, este artigo faz o resgate histórico da origem dos números descrevendo os principais sistemas de numeração por meio de um estudo bibliográfico apoiado em autores que estudam sobre este tema como IMENES (1990), BOYER (1996), BIANCHINI & PACCOLA (1997), IFRAH (1997) e EVES (2011).

Metodologicamente, adotou-se a pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, pois faz uma abordagem subjetiva de aspectos históricos da humanidade levando em consideração os fenômenos que ocorrem em determinado tempo, local e cultura. Quanto à estrutura, o trabalho, inicialmente, no tópico fundamentação teórica, faz um relato sobre a origem da matemática, no tópico seguinte, discorre sobre os principais sistemas de numeração; em seguida, comenta a respeito da descrição metodológica da pesquisa e, por fim, tece as considerações finais.

2. A ORIGEM DA MATEMÁTICA

De acordo com Eves (2011), acredita-se que a matemática se fez presente desde o surgimento da humanidade na Idade da Pedra, no Período Paleolítico, quando o Australopithecus, um “quadrúpede em pé” ancestral do homem, que viveu na África, pôs-se a construir machados e facas de pedra, golpeando um seixo contra outro.

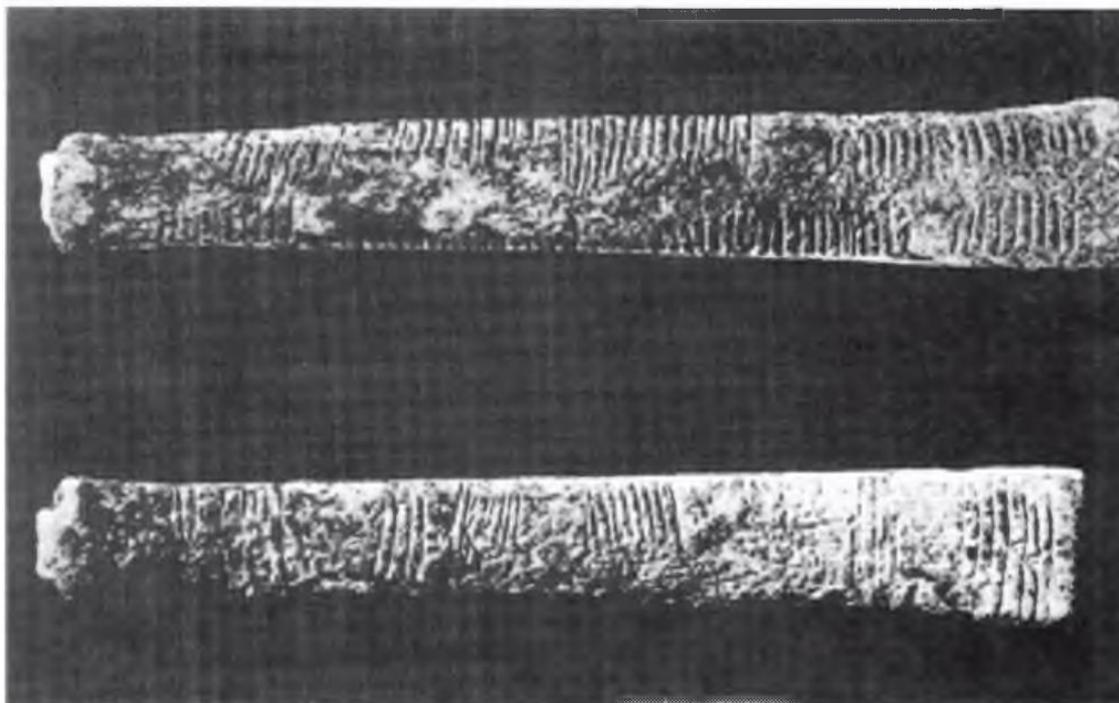
[...] a princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças – a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia a dissemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro [...] dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática (BOYER, 2011, p. 1).

Por conseguinte, assim como os outros períodos da história, a Idade da Pedra não foi permanente, e os povos (tribos) e a cultura foram evoluindo com o passar do tempo para se adaptarem a um mundo em transição. Neste contexto, pode-se notar que a matemática surgiu a partir da relação do ser humano com a natureza. Os primeiros povos sobreviviam da caça, da pesca, da coleta de frutas, castanhas e raízes que colhiam. Quando os homens saíam para pescar ou caçar



levavam consigo pedaços de ossos ou de madeira e para cada animal ou fruto capturado, o homem fazia um risco no osso ou no pedaço de madeira conforme pode-se observar na figura 01.

Figura 01: Duas vistas do osso encontrado em Ishango com mais de 8.000 anos de idade mostrando números por meio de entalhes no osso.



FONTE: EVES (2011, P. 26).

Estes povos moravam nas savanas localizadas na África, sul da Europa, sul da Ásia e América Central e, frequentemente, mudavam de um lugar para outro em consonância com as estações, de acordo com as mudanças climáticas e com o sazonalidade de frutas e castanhas. Tudo tinha que se adequar à caça: seus instrumentos de pedra, madeira, osso e carapaça de animais eram desenhados para representar a caça ou para a preparação de alimentos.

Neste contexto, de acordo com IFRAH (1997), para a contagem de animais, por exemplo, podia-se dobrar um dedo para cada animal; fazer ranhuras no barro ou numa pedra, produzindo-se entalhes num pedaço de madeira ou amarrando nós em uma corda. Logo depois, criou-se um arranjo de sons vocais para registrar verbalmente o número de objetos de um grupo pequeno e



mais tarde ainda, com o surgimento da escrita, foram desenvolvendo combinações de símbolos para representação dos números.

Desse modo, nos mais remotos estágios do período de contagem vocal, preferiam sons (palavras) diferentes para se expressar a mesma quantidade, por exemplo, casal de ovelhas e par de sapatos. Os números eram sempre correlacionados ao concreto. A abstração do número dois, por exemplo, representada por algum som considerado independentemente de qualquer associação concreta, possivelmente, levou muito tempo para acontecer.

Destarte, de acordo com BOYER (2003), com a evolução do homem e sua fixação em um só lugar, passou a praticar, além da caça e da coleta de frutos, o cultivo de plantas e a criação de animais. Desde então, surgiu a necessidade de uma nova forma de contagem. Conseqüentemente, ao longo do tempo, com o desenvolvimento da agricultura e o surgimento do comércio, mais uma vez, os números se fizeram necessários para a contagem da quantidade de alimentos produzidos e cobrança de impostos. Mais adiante, a construção da matemática baseou-se em várias aplicações como na agricultura com a medição de terras, tempo útil para plantio e colheita, análise dos astros para prever eventos, dentre outros.

Nesse encadeamento de ideias, historiadores supõem que os números vieram antes da escrita pela necessidade prática de quantificar a produção agrícola (frutas, verduras, hortaliças, cereais, animais dentre outros). Nesse interim, os números surgiram da necessidade que as pessoas tinham de contar coisas e objetos. Com o passar do tempo, este sistema foi se aperfeiçoando conforme a humanidade evoluiu atendendo a novas necessidades cotidianas vigentes como comércio, medição de tempo e espaço para compreender o mundo ao seu redor.

Continuamente, a matemática que se conhece atualmente surgiu no Antigo Egito e no Império Babilônico, por volta de 3500 a.C. Com o transcorrer dos anos a sociedade foi se modificando e o ser humano compreendeu a importância do desenvolvimento da escrita. Com o aprimoramento da escrita pelos sumérios surgiram também os primeiros algarismos para representação dos números.



Ademais, à medida que as aldeias se transformavam em cidades e impérios, o comércio entre os povos se expandia e foi salutar a criação de registros mais precisos. Portanto, pode-se afirmar que os números são objetos primitivos da matemática e usados para indicar ordem, medida ou quantidade. À proporção em que o homem dominava o meio em que vivia, mais era exigida a matemática e, por isso, povos diferentes desenvolveram seus próprios sistemas numéricos dando origem a diversos sistemas de numeração constituídos historicamente pela humanidade advinda das diversas situações postas ao longo dos anos.

Nessa conjuntura, os números são elementos que dão base para a matemática e podem ser expressos por som, em nossa fala, ou pela escrita. O conceito de número, então, acompanha o desenvolvimento da humanidade. Atualmente, utiliza-se o sistema de numeração indo-arábico, posicional, base 10 e são representados pelos símbolos {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Este sistema de numeração possibilita, com facilidade, a realização de operações na álgebra, na aritmética e na geometria, além de serem aplicados nas diversas áreas do conhecimento, contribuindo assim, para o desenvolvimento da sociedade. Nessa conjectura, a necessidade de representar os números levou os homens à criação de diversos sistemas com essa finalidade, chamados sistemas de numeração.

3. SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Na história da matemática, ao longo da evolução das civilizações, existem registros de diversos sistemas de numeração porque o homem precisou medir/contar, criando números e formas de representar em algarismos e sistemas de numeração. É inegável que a matemática se desenvolveu conforme a evolução da humanidade, principalmente, quando o homem expandiu a agricultura e passou a viver em grupos sociais mais complexos e, posteriormente, em cidades e impérios. Dessa forma, apenas a contagem biunívoca, que era usada no passado, não era mais suficiente para atender a demanda destes povos, e uma forma de representar as quantidades, por meio de símbolos, surgiu para facilitar o registro desses valores nas civilizações mais evoluídas, ressaltando que os povos diferentes inventaram sistemas de numeração únicos.



Nesse caminho, cada povo aprimorou um tipo de grafia para representar os números e, dessa maneira, houve sistemas numéricos diferentes, com quantidade de símbolos e rigor matemático distintos, os quais diferem uns dos outros em dois aspectos fundamentais: quanto à base (base: 2, 10, 20, 60) e, quanto à estrutura, os quais são classificados em posicionais e não posicionais, sendo este último subdividido em sistemas do tipo aditivo ou do tipo híbrido. Assim sendo, os sistemas de numeração possuem suas características e estruturas de acordo com a cultura dos povos inventores. De acordo com IFRAH (1997), mesmo que os símbolos usados para grafar os números fossem diferentes, a noção de número e de sistema de numeração esteve presente em quase todas as civilizações.

Consoante ao que foi dito, ao longo da história há narrativas de vários sistemas de numeração construídos pelas grandes civilizações e os mais conhecidos são egípcios, babilônicos, romano, chinês, maias e o nosso atual sistema de numeração chamado de decimal ou indo-arábico. Mesmo que o sistema de numeração decimal seja o principal utilizado, atualmente, outros se fazem presentes no cotidiano como o sistema de numeração romano para enumerar séculos e capítulos de livros, o sistema de base sexagesimal, para quantificar horas e medidas de ângulos e a base 12 usada para determinar que um ano possui 12 meses ou que uma dúzia possui 12 objetos. Conhecer os sistemas de numeração e compreender que os mesmos possuem diferentes bases e estruturas possibilita melhor compreensão do atual sistema de numeração posicional decimal bem como as operações nele realizadas.

Por conseguinte, é importante entender que os sistemas de numeração são uma construção e, em primeiro momento, não havia a noção de posição e nem se compreendia o que era o número zero, mas com o decorrer do tempo e evolução da matemática, esse tipo de organização aprimorou até chegar ao conhecido no século XXI.

3.1 Sistema de numeração dos sumérios ou sistema de numeração babilônico ou números mesopotâmicos

Em torno de 3.500 a.C., provenientes, possivelmente da Ásia Central, os sumérios fixaram-se na Baixa Mesopotâmia – próximo aos rios Tigre e Eufrates – juntando-se à etnia e cultura



da população local. O povo sumério, habitantes da região da Mesopotâmia, inventaram uma forma de escrita feita por estiletos em placas de argila mole, as quais depois cozinhavam e secavam ao sol. Essas letras tinham a forma de cunha e, por isso, foram chamadas de cuneiforme. Possivelmente, está escrita surgiu antes da hieroglífica dos egípcios. E, por ser em tabuletas de cerâmicas, a escrita cuneiforme fornece mais informação que os papiros egípcios graças a sua conservação. O sistema de numeração desse povo foi o primeiro, sendo também, chamado de sistema de numeração babilônico. De acordo com Eves, a numeração escrita desse povo nasceu no período primitivo da necessidade de manter registrada a quantidade de gado ou outros bens, com marcas ou traços em paus, pedras, gravetos, nós em cordas, aplicando o princípio de correspondência biunívoca.

Os babilônios antigos, carecendo de papiros e tendo pouco acesso a pedras convenientes, recorreram principalmente à argila como material de escrita. As inscrições eram impressas em tábulas de argila úmidas com estilos cujas extremidades podem ter sido triângulos isósceles penetrantes. Inclinando-se ligeiramente o estilo da posição vertical, podia-se pressionar a argila ou com o ângulo do vértice ou com um dos ângulos da base do triângulo, produzindo-se assim duas formas de caracteres assemelhadas a cunhas (cuneiformes). As tábulas eram então cozidas num forno até endurecer, obtendo-se assim registros permanentes. Em tábulas cuneiformes do período 2000 a.C. a 200 a.C. (EVES, 2011, p. 31).

Assim sendo, o surgimento da escrita ocorreu em decorrência do crescimento das economias que tiveram a necessidade de controlar as quantidades de cereais e dos rebanhos de carneiros e gado que entravam e saíam dos celeiros e fazendas. Ficou difícil para armazenar, apenas na memória humana, os negócios realizados, além da necessidade de repassar os fatos a outros sacerdotes quando ocorresse o falecimento de quem acompanhava essas operações. Assim como a matemática Egípcia, esta civilização teve uma matemática prática a fim de registrar e facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, organização de obras públicas e a cobrança de impostos. Outrossim, o sistema de numeração mesopotâmico favoreceu o crescimento da navegação, de projetos de irrigação, criação de uma astronomia primária para prever as possíveis



cheias e vazantes dos rios, mesmo que estes períodos não apresentassem tantas regularidades como o rio Nilo no Egito. O sistema de numeração dos sumérios e adotado pelos babilônicos foi construído com base em dois símbolos, o crivo (∇) e a asma (\langle) com os quais é possível escrever qualquer número usando os dois símbolos.

Continuamente, de acordo com IFRAH (1997), os números são agrupados de 60 em 60, ou seja, sua base é sexagesimal. É um sistema posicional; usa-se um espaço entre os agrupamentos para escrever números maiores que 60 e não havia um símbolo para representar o zero, embora deixassem um espaço em branco para indicar zero.

Nessa conjuntura, observou-se que os mesopotâmicos começavam a calcular da direita para esquerda, em que o primeiro grupo de símbolos indica as unidades enquanto o segundo representa as dezenas, depois seriam as centenas e assim por diante. Conseqüentemente, exceto o grupo das unidades, os demais grupos são multiplicados por 60, sendo as dezenas apenas por 60, as centenas por 60 ao quadrado, aumentando os expoentes à medida que aumentam as casas.

Partindo dessa premissa, o crivo (∇) pode ser repetido até nove vezes para representar os números de 1 a 9 e a asma (\langle) representante do número 10, pode ser repetida até 5 vezes.

Nessa perspectiva, para escrever os números maiores que 60 dá-se um espaço a esquerda e continua com a mesma regra para as unidades e dezenas, a qual ficará multiplicada por 60. Veja como a escrita do número 524.551 ficaria conforme (EVES, 2011, p.36):

$$524\ 551 = 2(60^3) + 25(60^2) + 42(60) + 31 = \nabla\nabla\langle\langle\nabla\nabla\nabla\langle\langle\langle\nabla\nabla\langle\langle\langle\nabla$$

Nesse âmbito, deve-se aos babilônios a criação do sistema posicional. Somente com dois símbolos, representavam qualquer número por maior que fosse utilizando apenas a repetição e a mudança de posição. Este é o mesmo método de nosso sistema de numeração. O sistema sexagesimal ainda é utilizado atualmente para a contagem do tempo, uma vez que possibilitava a divisão do tempo em horas, minutos e segundos e para a medida de ângulos.



3.2 Sistema de numeração egípcio

Há cerca de 5.000 anos o agrupamento de várias tribos africanas e asiáticas, à beira do rio Nilo, no nordeste da África, deu origem à civilização egípcia. Usavam a água do rio para beber, cultivar plantas e pescar. A agricultura era praticada conforme as cheias do Nilo, quando as águas baixavam, as terras das margens eram cultivadas, pois eram férteis. Os egípcios marcavam, desenhavam, listavam, contavam e calculavam. Diferente da escrita mesopotâmica, que tiveram influências de outros povos, a escrita egípcia foi nativa e sem influência estrangeira, era prioridade dos escribas que utilizavam hieróglifos (escrita com figuras) para escrever textos oficiais, cartas ou histórias. Os hieróglifos eram formados por símbolos próprios da cultura egípcia e que tinham significação apenas para este povo.

Neste contexto, de acordo com IFRAH (1997), os egípcios criaram, há aproximadamente 3000 anos, um sistema de numeração que possibilitava a escrita de grandes quantidades. Os símbolos hieróglifos eram tirados da fauna e da flora do rio e não existe símbolo correspondente a zero. Os números eram comumente encontrados em monumentos e templos, pintados ou talhados em pedra. O sistema de numeração egípcio baseava-se em sete números símbolos: 1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000 e 1.000.000 sendo que um bastão (traço vertical) representava 1 unidade, uma ferradura (osso de calcânhar invertido) representava o número 10, um rolo de pergaminho (laço) valia 100 unidades, uma flor de lótus valia 1.000, um dedo dobrado (dedo curvado) valia 10.000, um barbato (girino) representava 100.000 unidades, uma pessoa ajoelhada, talvez representando um deus valia 1.000.000 conforme representado na figura 2.



Figura 02: Sistema de numeração dos egípcios.

1		um bastão vertical
10		uma ferradura
10 ²		um rolo de pergaminho
10 ³		uma flor de lótus
10 ⁴		um dedo encurvado
10 ⁵		um barbato
10 ⁶		um homem espantado

FONTE: EVES (2011, p. 31).

Continuamente, de acordo com BIANCHINI & PACCOLA (1997), na numeração egípcia, cada hieróglifo correspondia sempre ao mesmo valor, independentemente da posição que ocupava. Esses hieróglifos podiam ser organizados da esquerda para a direita, da direita para a esquerda, ou de cima para baixo. Cada hieróglifo podia ser repetido até 9 vezes e seus valores eram somados. Quando atingiam 10 trocavam os 10 bastões por uma ferradura que representava o agrupamento.

Sendo assim, para escrever os números no sistema de numeração egípcio são empregados sete símbolos, e as repetições e combinações entre esses permitem a representação de números ainda maiores. Os egípcios não tinham preocupações quanto à ordem dos símbolos, de forma que é um sistema numérico não-posicional e aditivo e, para ler, basta adicionar os valores correspondentes aos símbolos do numeral. Era também um sistema decimal, pois lidavam sempre com grupos de dez. Dessa maneira, os símbolos $\cap \text{III}$ ou $\text{III} \cap = 13$ do mesmo modo que $999\cap\cap\cap\cap\text{III} = 345$. Conforme Eves, (2011, p.31) “[...] qualquer número se expressava pelo uso desses números aditivamente, repetindo-se cada um deles o número necessário de vezes.

Por exemplo: $13015 = 1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5 = \text{bent finger} \text{shoelace} \text{shoelace} \text{shoelace} \text{vertical stick} \text{vertical stick} \text{vertical stick}$ “. Além da representação numérica por meio dos hieróglifos os egípcios efetuavam cálculos com números inteiros e calculavam todas as operações matemáticas por meio da adição.

3.3 Sistema de numeração chinês

A China era formada por um grupo de cidades às margens do rio Amarelo (Huang He) que se unificaram em um só Império. Neste período, criaram a escrita e os números imprescindíveis para a religião e a administração do reino. O sistema numérico chinês é constituído pela escrita ideográfica ao valer-se de símbolos e desenhos para representá-lo. De acordo com IFRAH (1997), os chineses criaram dois tipos de sistemas de numeração: o sistema numérico de varas e o sistema de numeração tipo híbrido ou posicional, também chamado de números floridos. É considerado híbrido porque possui operadores relacionados ao produto e à soma.

Nessa conjectura, os chineses, há mais de 3.000 anos, desenvolveram a numeração escrita composta por treze signos fundamentais. Nesse sistema, a base é decimal e existem ideográficos específicos para representar os números de 1 a 9 e para as potências da base 10 até 10.000. O número zero não existiu por vários séculos, mas era simbolizado por uma casa vazia e, somente, a partir do século VIII, por influência dos indianos, surgiu um símbolo para representar o vazio.

Figura 03: Sistema de numeração dos chineses representado pelos números floridos

一	二	三	四	五
1	2	3	4	5
六	七	八	九	十
6	7	8	9	10
零	百	千	万	
0	100	1,000	10,000	

FONTE: IFRAH (1997, p. 568)

Assim, para escrever o número 2565 no sistema de números floridos primeiramente deve-se escrevê-lo na forma de multiplicação e soma como $2 \times 1.000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 5$ que corresponde aos símbolos 二千五百六十五. O sistema numérico chinês foi descoberto há



cerca de 1800 anos e foram encontrados milhares de ossos e cascos de tartaruga com inscrições feitas com caracteres chineses no sítio arqueológico de Xiao Dun do distrito de Na-yang, província de Henan. Segundo EVES (2011), por falta de um material para escrever como o papel os chineses e japoneses usavam lâminas de bambu.

A parte do caule do bambu situada entre dois nós era rachada longitudinalmente em tiras estreitas. Depois que essas tiras eram secas e raspadas, elas eram colocadas lado a lado e amarradas por quatro cordões transversais. A estreiteza das tiras fazia com que os caracteres fossem arranjados verticalmente, de cima para baixo, dando origem ao costume de escrever que perdurou até tempos mais modernos, quando as lâminas de bambu foram substituídas pela tinta e o papel (EVES, 2011, p. 34).

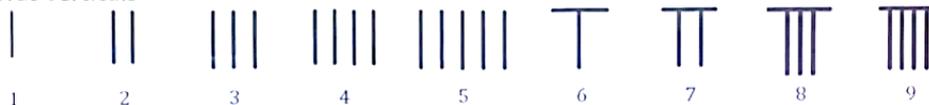
Por outro lado, o sistema numérico de varas, também inventado pelos chineses, é decimal e posicional. As barras podem ser dispostas na vertical ou na horizontal, e os algarismos do número devem ser escritos da esquerda para a direita. Posteriormente, para não confundir a escrita de números usando apenas as barras nas horizontais ou verticais, adotou-se para as posições ímpares o sistema de barras na vertical, e enquanto, os pares, contavam com o sistema de barras na horizontal.

Figura 04: Sistema de numeração dos chineses representados pelo método de varas

Sistema em barras/científico

Dinastia Han (206 a. C, 220 d. C)

Barras verticais



Barras horizontais



FONTE: IFRAH (1997, p. 582)

Consoante ao que foi dito, o número 154.495 escrito no sistema de numeração em barras dos egípcios é:



$$1 \times 100.000 + 5 \times 10.000 + 4 \times 1000 + 4 \times 100 + 9 \times 10 + 5 = \text{—} |||| \equiv ||| \equiv ||| |||$$

3.4 Sistema de numeração maia

É denominado povos maias o conjunto de tribos que residiram na região da América Central há aproximadamente 3.500 anos. Da mesma forma que os egípcios, os maias desenvolveram a atividade agrícola, por isso criaram e aperfeiçoaram algumas técnicas que auxiliavam no cultivo, como canais de irrigação e utilização de adubos. Grande parte da aldeia trabalhava na lavoura e os sacerdotes eram encarregados dos conhecimentos relativos à astronomia. Assim como em outros povos, a noção de números ajudou na astronomia com a criação de calendários precisos, na administração de todo o reino e, no caso dos maias, foi indispensável para a cobrança de impostos das tribos súditas.

De acordo com BIANCHINI & PACCOLA (1997), o sistema de numeração, descoberto há cerca de 1500 anos, foi adotado pela civilização pré-colombiana nas florestas tropicais e matas da América Central e consiste em um sistema de numeração de base 20. Conforme alguns relatos históricos, o sistema é vigesimal porque possui como base a soma dos números de dedos das mãos e dos pés. O sistema de numeração Maia, é composto por três símbolos: o ponto, a barra horizontal e, no caso do zero, uma forma oval parecida com uma concha conforme pode-se observar na figura 5.

Figura 05: Sistema de numeração dos maias

1	•	6	—•	11	—•—	16	—•— —
2	••	7	—••	12	—••—	17	—••— —
3	•••	8	—•••	13	—•••—	18	—•••— —
4	••••	9	—••••	14	—••••—	19	—••••— —
5	—	10	—	15	—		○



FONTE: EVES (2011, p. 37).

Os números, nesse sistema, são **acumulados de 20 em 20**, sendo a posição numérica bastante significativa, e os pontos superiores representam a quantidade de vintenas como nos números a seguir:

$$407.441 = 2 \times 20^4 + 10 \times 20^3 + 18 \times 20^2 + 12 \times 20 + 1 \times 20^0 =$$



$$18.820 = 2 \times 20^3 + 7 \times 20^2 + 10 \times 20^1 + 0 \times 20^0 =$$



Por conseguinte, o símbolo (●), representante da unidade, pode ser repetido até quatro vezes, e o símbolo (—), que corresponde ao número cinco, pode ser repetido até 3 vezes. É um sistema posicional baseado em inúmeras alturas. Dessa maneira, o número representado na área abaixo é um número menor que 20 e, em seguida, outros números são colocados nas camadas superiores, as quais são multiplicados por 20; em que os diferentes níveis indicam o número de vezes que número é multiplicado por vinte. Logo, o valor de cada símbolo depende da sua posição.

3.5 Sistema de numeração romana

Acredita-se que que os algarismos romanos surgiram, há pelo menos 3.000 anos antes de Cristo com os etruscos, um povo que antecedeu os romanos na Península Itálica. Eles faziam entalhes (traços retilíneos) em varetas como forma de contagem e esse método popularizou-se entres os pastores italianos e dálmatas até o século XIX. O sistema de numeração dos antigos romanos tinha várias diferenças com o atual, uma vez que pouco usavam o princípio subtrativo e não tinham regras fixas para escrever os numerais. Durante muito tempo, esse sistema foi a principal forma de representação numérica na Europa. Com a fundação de Roma e com a expansão e domínio do império romano, essa numeração se difundiu pelo mundo antigo.



Os quatro primeiros números romanos (I, V, X, L) são feitos por traços retos e a letra C é escrita por meio de três traços. Desse modo, o número I, por exemplo, não deriva de uma letra, e sim, de um traço que foi talhado em uma vareta. Esse conjunto antigo de símbolos também indicou que a cada cinco entalhes havia um corte duplo (v); após dez entalhes o corte tinha o formato de cruz (x); o número oito era demonstrado por oito entalhes retos (IIIIIIII) ou entalhes retos e um corte duplo VIII), seguindo a regra anterior.

Nessa perspectiva, o sistema de algarismos romanos é formado por sete letras maiúscula (I, V, X, L, C, D e M) as quais podem ser divididas em dois grupos: os símbolos fundamentais que podem ser repetidos até três vezes cada um: I, X, C e M; e os símbolos secundários que não podem ser repetidos; V, L e D. Não há símbolo para representar o zero. Quando é necessário escrever números maiores, utiliza-se um traço horizontal chamado *vinculum* e, quando colocado sobre um ou mais símbolos, indica que o valor numérico do(s) símbolo(s) abaixo dele será multiplicado por mil. Para números na casa dos milhões, bilhões, trilhões, o símbolo receberá tantos *vinculum* quantos forem necessários.

Por conseguinte, para escrever um número em algarismo romano utiliza-se do princípio aditivo ou subtrativo. No princípio subtrativo, quando duas letras são diferentes e a de menor valor antecede a de maior valor, subtraem-se os seus valores. Exemplo: IX ($10 - 1$) = 9. No princípio aditivo, quando duas letras são diferentes e a de maior valor antecede a de menor valor, somam-se os seus valores. Exemplo: XI ($10 + 1$) = 11. Os números romanos não são posicionais e nem possuem base sendo apenas aditivos. Assim o número 1.262 escreve-se ($1.000 + 200 + 60 + 2$) = MCCLXII. De acordo com IMENES (1990), a forma de escrita numérica do sistema de numeração romano foi tão importante que é utilizado até o dia de hoje para indicar séculos, capítulos de livros e nomes de imperadores, reis, papas e outros.

3.6 Sistema de numeração grego



Os gregos são conhecidos como pais da democracia e da filosofia, além de serem os responsáveis pelo desenvolvimento de algumas ciências, como a medicina e a matemática. Assim como os demais povos indo-europeus, utilizavam um sistema numeral de base 10 e o seu sistema de numeração passou por três períodos: Período Micênico, Sistema acrofônico e Sistema jônico ou alfabético.

No Período Micênico, os números eram formados por meio de combinação e repetição de símbolos para a unidade, a dezena, a centena e o milhar. Conforme IMENES (1990), a escrita numérica se dava por simples composição e aposição de símbolos, dificilmente usavam números maiores que 10.000. No sistema acrofônico, utilizado durante os Períodos Arcaico e Clássico, denominado por sistema das letras iniciais, as unidades eram simbolizadas por traços verticais e os números 5, 10, 100, 1000 e 10000 pelas letras iniciais das palavras gregas correspondentes. Os símbolos eram repetidos quantas vezes fosse necessário para escrever o número desejado.

Por outro lado, no sistema jônico ou alfabético, usado a partir do século II, eram utilizadas todas as letras do alfabeto grego mais três letras do alfabeto fenício como símbolos numerais para representar as unidades, as dezenas e as centenas. Dessa forma, para representar os números, os gregos precisavam memorizar 27 letras; as nove primeiras representavam de 1 a 9, as nove próximas representavam de 10 a 90 e as nove últimas representavam de 100 a 900. Foi o primeiro sistema numérico que se utilizou de letras para representar os números. Assim, para escrever o número 283 os gregos utilizavam: $(200 + 80 + 3) = \sigma\pi\gamma$

Figura 06: Sistema de numeração grego



1	α	alpha (alfa)	10	ι	iota	100	ρ	rho
2	β	beta	20	κ	kappa	200	σ	sigma
3	γ	gamma (gama)	30	λ	lambda	300	τ	tau
4	δ	delta	40	μ	mu	400	υ	upsilon
5	ϵ	epsilon	50	ν	nu	500	ϕ	phi
6	obsoleta	digamma	60	ξ	xi	600	χ	chi
7	ζ	zeta	70	\omicron	omicron	700	ψ	psi
8	η	eta	80	π	pi	800	ω	omega
9	θ	theta (teta)	90	obsoleta	koppa	900	obsoleta	sampi

FONTE: EVES (2011, p. 35).

Nesse encadeamento de ideias, os primeiros estudos de matemática grega tinham o objetivo principal de compreender o lugar do homem no universo de acordo com um esquema racional. A matemática ajudava a encontrar a ordem no caos, a ordenar as ideias em sequências lógicas e a encontrar princípios.

3.7 Sistema de numeração indo-arábico

O sistema de numeração indo-arábico surgiu em meados do século V, no Vale do rio Indo na Ásia, onde atualmente é o Paquistão. De acordo com IMENES (1990), tal sistema recebe esse nome devido aos hindus que o inventaram e organizaram e, também devido aos árabes, os quais fizeram algumas adaptações e levaram para a Europa Ocidental por meio do comércio, por isso, é chamado "sistema de numeração indo-arábico". A civilização indiana fez notórios avanços científicos, os astrônomos sabiam que a Terra girava em torno de seu eixo e se movia em torno do Sol, assim determinaram o diâmetro da Terra com um erro inferior a 1% do atualmente aceito e foram os primeiros a descrever as dívidas com números negativos. Hoje é admitido no mundo todo e tornou-se o mais utilizado. Historiadores afirmam que o primeiro número inventado foi o 1 e simbolizava o homem e sua unicidade, o segundo número foi o 2, e significava a mulher da família, a dualidade, já o número 3 significava muitos, multidão. De acordo com EVES (2011), as inscrições



dos primeiros símbolos numéricos foram encontradas na Índia sendo que não havia símbolo para representar o zero além dos mesmos não serem posicionais.

[...] Os mais antigos exemplos de nossos atuais símbolos numéricos encontram-se em algumas colunas de pedra erigidas na Índia por volta do ano 250 a.C. pelo rei Açoka. Outros exemplos primitivos na Índia, se corretamente interpretados, encontram-se em registros talhados por volta do ano 100 a.C. nas paredes de uma caverna numa colina perto de Poona e em algumas inscrições por volta do ano 200 d.C., gravadas nas cavernas de Nasik. Essas primeiras amostras não contêm nenhum zero e não utilizam a notação posicional. Contudo, a ideia de valor posicional e um zero devem ter sido introduzidos na Índia algum tempo antes do ano 800 d.C., pois o matemático persa Al-Khowârizmí descreveu de maneira completa o sistema hindu num livro do ano 825 d.C. (EVES, 2011, p.40).

Conseqüentemente, o sistema de numeração atual sofreu algumas modificações na grafia das letras e apresenta maior facilidade na realização das operações básicas e na escrita. Conforme a figura 7, até que os símbolos dos numerais indo-arábicos se consolidassem, foram constatadas muitas transformações em sua grafia.

Figura 07: Evolução do sistema de numeração indo-arábico

HINDU 300 a.C	-	=	≡	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙
HINDU 500 d.C	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	(𑀘	𑀙	𑀚	0
ÁRABE 900 d.C	1	𐌺	𐌻	𐌼	𐌽	7	𐌿	𐍀	9	0
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ITALIANO 1400 d.C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

FONTE: IFRAH (1997, p. 669)



Outrossim, o sistema decimal recebe esse nome em função da sua base, pois é um sistema de numeração de posição que usa a base dez e os números são expressos por um agrupamento de símbolos denominados algarismos ou dígitos. Os símbolos deste sistema de numeração recebem o nome de algarismo em homenagem ao matemático persa Al-Khowârizmî que descreveu de forma completa o sistema hindu num livro no ano de 825 D.C.

Logo, o sistema de numeração indo-arábico é constituído por 10 símbolos distintos para representar os números de 0 até 9 e, usando a combinação destes símbolos é possível escrever qualquer número. Neste sistema de numeração a posição dos algarismos é relevante e cada algarismo posicionado à esquerda vale 10 vezes mais que os da posição anterior e refere-se à unidade, dezena, centena, e assim por diante. Neste sistema, cada algarismo equivale a uma ordem e a cada três ordens forma uma classe. Como os números são infinitos, as ordens e classes também são, de forma que a leitura de números muito grandes, exige agrupar os algarismos do número em classes, blocos de 3 ordens, colocando um ponto para separar as classes, iniciando da direita para a esquerda.

4. DESCRIÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

Para obter uma resposta satisfatória referente ao problema proposto de acordo com o objetivo estabelecido para a pesquisa, é necessário determinar uma metodologia de pesquisa, a qual irá subsidiar todo o processo de investigação. Logo, o aspecto mais importante no momento de escolhê-la é se a mesma corresponde às necessidades do pesquisador, na busca por explicações para a problemática definida, o que irá exigir do pesquisador um maior interesse em resolver a “situação-problema” (CEDRO; MOURA, 2016). Diante disso, buscam-se procedimentos que contribuam para o esclarecimento dos anseios que vieram a suscitar a organização desta pesquisa.

Neste trabalho a metodologia utilizada para trazer resposta à pergunta – Como os números e os sistemas de numeração surgiram e evoluíram ao longo do tempo? - é a pesquisa bibliográfica. Este tipo de investigação é importante no contexto da educação, pois a partir de



conhecimentos já estudados o pesquisador procura informações para compreender, analisar, estudar, comprovar hipóteses, trazer respostas ao problema do objeto de pesquisa e adquirir novos conhecimentos sobre o assunto pesquisado. A pesquisa fundamenta-se em estudos do tema já publicado, e possibilita que o pesquisador, por meio da leitura, sistematize todo o material que está sendo analisado. Segundo Fonseca, a pesquisa bibliográfica é realizada:

[...] a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto [...] (FONSECA, 2002, p. 32).

Destarte, para realizar uma pesquisa bibliográfica o pesquisador deve ler, refletir e escrever sobre o que estudou, esforçar-se ao estudo para reconstruir a teoria e aperfeiçoar os fundamentos teóricos. O pesquisador, mediante estudo analítico utiliza das contribuições dos autores presentes no texto. Para Lakatos e Marconi (2003, p. 183): “[...] a pesquisa bibliográfica não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras”.

Dessa forma, este estudo é bibliográfico e buscou aporte teórico em fontes secundárias a saber - IMENES (1990), BOYER (1996), BIANCHINI & PACCOLA (1997), IFRAH (1997) e EVES (2011). Nesse sentido, o presente artigo é uma abordagem qualitativa, uma vez que ao longo do seu desenvolvimento não busca enumerar ou mensurar eventos e também não utiliza instrumento estatístico para análise dos dados.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com relação à problemática discutida, buscou-se esclarecer a seguinte indagação: Como os números e os sistemas de numeração surgiram e evoluíram ao longo do tempo? Foi possível constatar que as descobertas matemáticas estão correlacionadas com os avanços intelectuais e comerciais da sociedade. A numeração escrita nasceu no período primitivo da necessidade de



manter registrados a quantidade de gado, alimentos ou outros bens e eram feitos com marcas ou traços em paus, pedras, gravetos, nós em cordas, aplicando o princípio de correspondência biunívoca.

Neste contexto, diante da necessidade de medir/contar, o ser humano constituiu os números e uma forma de representá-los em algarismos e sistemas de numeração. Cada povo aprimorou um tipo de grafia para representar os números e, dessa maneira, houve sistemas numéricos diferentes, com quantidade de símbolos e rigor matemático distintos. Por esse motivo, a matemática não teve apenas um inventor, mas foi desenvolvida de maneira contínua a partir da necessidade das pessoas. Foi possível observar que os sistemas de numeração diferem uns dos outros em dois aspectos fundamentais: quanto à base e à estrutura. Além disso, os sistemas de numeração possuem suas características e estruturas de acordo com a cultura dos povos inventores.

No início, a matemática era essencialmente prática, posto que as sociedades eram rudimentares, esse conhecimento foi concebido pela humanidade e motivado por necessidades reais da vida cotidiana, da ciência, da astronomia, das necessidades de avanços territoriais e militares. Com o desenvolvimento das sociedades a matemática também evoluiu, passando de uma simples ferramenta que auxiliava para a resolução de problemas práticos para uma ciência que serviu como alicerce para analisar o mundo e a natureza. Portanto, a evolução da matemática e, em especial, a evolução dos números e dos sistemas de numeração, têm íntima relação com a evolução da espécie humana, das relações interpessoais e sociais e da vida em comunidade.

Atualmente, além do sistema de numeração indo-arábico ainda são utilizados alguns sistemas de numerações no cotidiano como o sistema de numeração romano para enumerar séculos e capítulos de livros, o sistema de base sexagesimal, a fim de quantificar horas e medidas de ângulos e a base 12 para mostrar que um ano possui 12 meses ou que uma dúzia possui 12 objetos.

Neste contexto, conclui-se que ao longo dos tempos, os números apresentaram relevância histórica, cultural, científica e prática. Nesse sentido, compreender como os conceitos matemáticos moldaram e continuam a moldar o mundo, permite novas inovações e reflexões sobre



nossa relação com o conhecimento. Diante da grandeza e diversidades dos sistemas de numeração bem como a história da matemática, outros estudos são pertinentes sobre o tema com o fim de aprofundar as investigações.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. Sistema de numeração ao longo da história. São Paulo: Moderna, 1997.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BOYER, Carl B. História da Matemática. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003.

CARAÇA, Bento de Jesus, 1941. Conceitos Fundamentais da Matemática (Partes I e II). Biblioteca Cosmos, Lisboa.

CEDRO, Wellington Lima; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Possibilidades Metodológicas na Pesquisa em Educação Matemática: o experimento didático. Revista Educativa - Revista de Educação, Goiânia, v. 19, n. 1, p. 121-138, set. 2016. ISSN 1983-7771. Disponível em: <<http://revistas.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/5019>>. Acesso em: 28 set. 2022. doi:<http://dx.doi.org/10.18224/educ.v19i1.5019>.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Trad. Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FONSECA, J. J. S. Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

IFRAH, G. História universal dos algarismos. Volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997- 2v.

IMENES, Luiz Márcio. Os números na história da civilização. São Paulo: Scipione, 1990.



CARMO, Josemir do.

A Trajetória dos Números e Sistemas de Numeração: Origem e Desenvolvimento

| Artigo

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. Os números na história da civilização. São Paulo: Editora Scipione, 2005.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. Fundamentos de metodologia científica. São Paulo, SP: Atlas, 2003..



SOBRE A AUTORIA

Josemir do CARMO

Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás (2005), especialização em Matemática e Estatística pela FFESURV (2010), especialização em Psicopedagogia Institucional pela Faculdade Católica de Uberlândia (2011) e Mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (2014). Atualmente é professor da Faculdade de Quirinópolis - FAQUI, professor efetivo da Secretaria Municipal de Educação Quirinópolis-GO e professor do curso de matemática na Universidade Estadual de Goiás - UEG. Tem experiência na área de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Cálculo, Matemática Financeira e Estatística. (Texto informado pelo autor)

Submissão: 19 de agosto de 2023

Avaliações concluídas: 06 de março de 2025

Aprovação: 15 de abril de 2025



CARMO, Josemir do.

A Trajetória dos Números e Sistemas de Numeração: Origem e Desenvolvimento
| Artigo

COMO CITAR ESTE ARTIGO?

CARMO, Josemir do. A Trajetória dos Números e Sistemas de Numeração: Origem e Desenvolvimento. Revista Temporis [ação]: periódico acadêmico de conexões multidisciplinares em Educação e Ensino da Universidade Estadual de Goiás (UEG). Cidade de Goiás; Anápolis. V. 24, N. 02, p. 01-26, ./abril, 2025. Disponível em:

<<http://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/archive>>

Acesso em: < inserir aqui a data em que você acessou o artigo >